

VILIM FELLER

(1906–1970)

14. siječnja 1970. umro je u 63 godini života u Memorial Hospital u New Yorku William (Vilim) Feller, dopisni član Jugoslavenske akademije znanosti i umjetnosti, profesor matematike u Princetonu (USA). Umro je nakon duljeg bolovanja u naponu svoje znanstvene djelatnosti. Feller se rodio u Zagrebu 7. srpnja 1906. Studirao je matematiku na Filozofskom fakultetu u Zagrebu u školskim godinama 1923/24. i 1924/25. Godine 1925. nastavio je studije na sveučilištu u Göttingenu, gdje je godine 1926. postigao doktorat filozofije (matematike), *summa cum laude* u starosti od samo 20 godina. Ta činjenica da netko tako mlad doktorira, što se rijetko događa, ukazuje na to da se već tada radilo o izrazitu matematičkom talentu, koji je mnogo obećavao ali i održao. Nakon što je doktorirao postao je 1926. asistent profesora Couranta u Göttingenu, gdje je ostao dvije godine. Godine 1928. habilitirao se i postao docent u Kielu, gdje je ostao do 1933. Kad su u Njemačkoj došli na vlast nacisti napustio je Njemačku ne želeći da nacistima položi službenu zakletvu. Bio je od 1933. do 1934. u Kopenhagenu, gdje je radio na matematskom institutu. Od 1934. do 1939. predaje na Sveučilištima u Stockholmu i Lundu. Tamo se oženio godine 1938. s Clarom Nielsen, koja je bila njegov đak, dok je još bio u Kielu. 1939. godine odlazi u Sjedinjene Države Amerike, pa je tamo od 1939. do 1944. u Providenceu, Rhode Islandu, gdje je bio profesor na Brown University. On je tamo bio od godine 1939. ujedno osnivač »Mathematical Reviews«, pa je upravo njegova zasluga da je ta revija danas priznata kao najvažniji i najpriznatiji referatni matematski časopis u svijetu. Postao je američki državljanin 1944. Godine 1945. izabran je za profesora na Cornell University u Ithaci. Godine 1950. postaje profesor na Princeton University, gdje ostaje do smrti. U školskim godinama 1965/66. i 1967/68. predavao je i na Rockefeller University u New Yorku kao »Visiting Professor«.

Vilim Feller bio je od godine 1937. dopisni član Jugoslavenske akademije znanosti i umjetnosti. Bio je član Nacionalne akademije znanosti u Washingtonu, Američke akademije umjetnosti i znanosti u Bostonu, te

Danske akademije znanosti. Bio je guverner Američkog matematskog udruženja, bio je godine 1946. predsjednik Instituta matematske statistike, nadalje član Kraljevskog statističkog društva u Londonu. Tik pred smrt postao je počasni član Londonskog matematskog društva.

Iz ovih možda malo i šturih podataka vidi se koliki je ugled uživao Feller kao matematičar i naročito kao probabilista ne samo u Americi već i diljem čitavog svijeta. Odavde se razabire koliki je gubitak nanijela njegova prerana smrt.

Iz područja matematike objavio je u matematskim časopisima 104 znanstvena rada. Dva njegova rada štampana su i u Radu Jugoslavenske akademije znanosti i umjetnosti, i to:

1. Prilog teoriji mjera u apstraktnim prostorima. Rad 249, godine 1934.
2. O Kolmogoroff – P. Lévyjevu predočivanju beskonačno djeljivih funkcija repartacije. Rad 263. godine 1939.

Feller je bio matematičar najvišeg ranga, vladajući suvereno cjelokupnim područjem matematike. Gotovo polovina njegovih publiciranih radova spada u područje čiste matematike. Njegova doktorska disertacija nosi naslov: »Über algebraisch rektifizierbare transzendente Kurven«. S tom temom bavio se još kao student u Zagrebu, pa je o tome referirao i u geometrijskom seminaru, koji je tada vodio Marije Kiseljak, koji ga je i zainteresirao za tu temu.

U ovom prikazu ne bih se međutim zadržao na Fellerovim radovima iz čiste matematike odnosno geometrije. Taj rad ne bih potcjenjivao, međutim svoje najveće uspjehe Feller je postigao u teoriji vjerojatnosti. Zbog toga želio bih ovdje ilustrirati samo njegov rad u teoriji vjerojatnosti, što je bilo ipak njegovo glavno područje rada, koje mu je donijelo i priznanje u čitavom svijetu kao vrhunskom stručnjaku iz tog područja. Njegovi referati na simpozijima i kongresima i njegovi članci učinili su mnogo da se raširi znanje o teoriji vjerojatnosti i prizna njena vrijednost, te da se njeni rezultati ispravno formuliraju. Pristupovao sam godine 1958. na internacionalnom kongresu matematičara u Edinburghu, gdje je Feller održao jednosatno predavanje o vezama između teorije vjerojatnosti i klasične analize. To je predavanje održano pred dupkom punom velikom dvoranom opravdano oduševljenih slušača. Moram priznati da sam u Edinburghu bio zaista svjedok koliko je već tada Feller bio priznat i poznat u znanstvenom svijetu.

Njegov prvi rad iz područja teorije vjerojatnosti datira iz godine 1935. Taj rad nosi naslov: »Über den zentralen Grenzwertsatz der Wahrscheinlichkeitsrechnung«. Rad je izašao u *Mathematische Zeitschrift* broj 40. Ovaj rad je naročito skrenuo pažnju znanstvenih krugova na tada 29. godišnjeg Fellera.

Ta je radnja bila prekretnica u njegovu znanstvenom radu kojim se on počeo definitivno orijentirati prema teoriji vjerojatnosti. Mislim da je tome mnogo pridonijeo Kolmogorovljev rad »Grundbegriffe der Wahr-

scheinlichkeitsrechnung«, koji je izašao godine 1933. Tim radom u kome su prvi put postavljeni matematički aksioni kao osnov teorije vjerojatnosti, postala je teorija vjerojatnosti čista matematska disciplina; taj rad Kolmogorova stimulirao je mnogobrojne matematičare, među inim i Felleru da se počnu baviti problemima teorije vjerojatnosti.

Osim toga Kolmogorov je još 1929. našao zakon o iteriranom logaritmu, koji je također inspirirao i Felleru.

Prvi Fellerov rad o centralnom graničnom teoremu teorije vjerojatnosti dao mu je ujedno smjernice njegova daljnjeg znanstvenog rada. Naime, gore navedeni rad nije bio njegov jedini rad iz tog područja. On se na tu temu, kao i srodnu temu zakona velikih brojeva i iteriranog logaritma, stalno vraća. Centralni granični teorem jedan je od najznačajnijih teorema u teoriji vjerojatnosti, kojim se može iskazati ovo:

»Pod izvjesnim uvjetima zbroj od n nezavisnih slučajnih varijabli raspoređenih u bilo kojem obliku teži, ako je izražen u standardiziranoj mjeri, k normalnoj razdiobi, kada n teži u beskonačnost«.

Važnost tog teorema je u tome da on pridaje normalnoj razdiobi primarno mjesto, pa je on ujedno od velike važnosti i u primjeni teorije vjerojatnosti, i to naročito u teoriji uzoraka.

Taj teorem, koji je postavio godine 1901. Ljapunov, ne važi kako se vidi iz njegova teksta općenito, već samo uz izvjesne restriktivne uvjete. Od časa kad je taj teorem bio poznat, matematičari su nastojali da se navedeni uvjeti svedu na najmanju mjeru. Upravo je Feller 1935. i 1937. godine u svojoj gore citiranoj radnji »Über den zentralen Grenzwertsatz der Wahrscheinlichkeitsrechnung« I i II dao definitivni oblik kako Centralnog graničnog teorema, tako i zakona velikih brojeva. Godine 1943. dao je najopćenitiji oblik i znamenitoga zakona o iteriranom logaritmu.

Ipak Feller s tim rezultatima nije bio posve zadovoljan, on se stalno vraća na taj problem i traži daljnje sužavanje uvjeta pod kojima naročito centralni granični teorem vrijedi. Upravo je to Fellerova odlika, njegov autokriticizam kojim se stalno kritički vraća na svoje rezultate u želji da ih ispravlja i poboljša. To dolazi do izražaja u raznim radovima, koje je publicirao tokom svih tih godina. Kod toga bih naročito potcrtao njegov rad: »The General Form of the so Called Law of the Iterated Logarithm«. Transactions of the American Mathematical Society, koji je izašao godine 1943. U tom radu Feller je iznio poopćenje Kolmogorovljeva kriterija za ocjenu valjanosti zakona velikih brojeva. Ova radnja smatra se sigurno kao jedan od najvrednijih matematskih dokaza. Feller se još jednom, godine 1969, već teško bolestan, vraća na taj problem u radnji: »General Analogues to the Law of the Iterated Logarithm«, koji je izašao u Zeitschrift der Wahrscheinlichkeitsrechnung und verwandte Gebiete«.

Ta radnja je izašla dva mjeseca poslije njegove smrti. U toj radnji Feller je dao novi oblik svom dokazu.

U jednoj recenziji kaže se za ovaj rad ovo: Mora se priznati da nova verzija tog rada ne otkriva samo autora kao naučenjaka koji najbolje razumije svoje vlastito djelo, već daje i ključ za primjenu njegove tehnike.

Feller je nadalje istraživao i slučajeve kad uvjeti za postojanje centralnog graničnog teorema nisu ispunjeni, pa je još nedavno došao do vrlo značajnih i neočekivanih rezultata.

Iako su zakon velikih brojeva, centralni granični teorem i iterirani logaritmi Fellerove najmilije teme na koje se uvijek vraća, on je ipak obrađivao i druge probleme a naročito ga je zanimala primjena teorije vjerojatnosti u prirodnim naukama. Pri tom se pokazalo da on naročito dobro pozna biologiju i probleme koji se tamo javljaju, naročito iz genetike. U jednom svom radu on pokazuje vezu između procesa difuzije i genetike. Feller se bavio i Markovljevim lancima i procesima i njihovim primjenama u fizici.

Kod rješavanja svih tih problema uvijek dolazi do izražaja njegovo duboko poznavanje matematike, što mu olakšava rješavanje problema s kojima se bavio.

Feller se bavio mnogo i teorijom difuzije i njenom vezom s Markovljevim procesima odnosno Markovljevim lancima.

Iz tog područja naročito je poznat njegov rad iz godine 1954. »Diffusion Processes in one dimension«. Feller je u tom radu majstorski kombinirao funkcionalnu analizu, diferencijalne jednadžbe i teoriju vjerojatnosti. Kod toga mu je bilo nastojanje proces difuzije predočiti kao Markovljev proces.

On se bavio i procesima rađanja i umiranja, pa je u tom smislu značajan jedan njegov rad iz godine 1959, u kome predočuje taj proces isto kao proces difuzije.

Velika je Fellerova zasluga da je on upravo tim radovima dao inicijativu brojnim matematičarima, te mnogim svojim đacima da njegove ideje dalje proučavaju i proširuju.

Predaleko bi nas vodilo da ovdje navedemo sve ostale njegove radove iz najraznovrsnijih područja, koji samo dokazuju koliko intenzivno je on pratio znanstvene rezultate, koje je on dalje obrađivao. Time je pokazao svoj živ interes za sve što se u znanosti zbivalo.

Svi njegovi radovi dokazuju da se radi o vrlo produktivnom i inovativnom naučenjaku, koji je dao veliki doprinos znanosti, a naročito u teoriji vjerojatnosti. Taj doprinos je u toliko značajniji i vredniji, što je on podloga na kojoj će znanstveni radnici, a naročito njegovi studenti, moći dalje izgrađivati tu danas već velebnu zgradu teorije vjerojatnosti.

Feller je osim mnogobrojnih naučnih radova napisao i monografiju »An introduction to Probability theory and its applications«. Knjiga ima dva dijela sa sveukupno 1135 stranica.

Prvi dio na kome je radio 8 godina izašao je godine 1950, dok je drugi dio izašao godine 1966. Upravo ta činjenica da je Feller radio na prvom dijelu 8 godina, dok je drugi dio izašao 16 godina iza prvog dijela, dokaz je koliko savjesno je Feller pristupio izradi te knjige.

Od svog izlaska knjiga je doživjela izvanredno mnogo izdanja u velikoj nakladi. Ona je godine 1964. izašla i u ruskom prijevodu. To je jedan od najpoznatijih udžbenka teorije vjerojatnosti i sigurno jedan od najboljih. Tom se knjigom služe diljem svijeta nastavnici teorije vjerojatnosti, studenti i mnogobrojni stručnjaci. Ali, ne samo to. Nema tako reći knjige iz tog područja u kojoj se ne bi citirala Fellerova knjiga, odnosno rezultati do kojih je došao.

Ta knjiga iako pisana na visokom nivou i strogo matematski, ujedno je pisana vrlo čitkim, jasnim i vrlo zanimljivim jezikom, dodirujući i mnoga područja primjene, na način koji ovu monografiju čini naročito privlačnom. Knjiga ujedno obiluje i mnogobrojnim rezultatima autorova ličnog rada. Za znanstvenog radnika, ali i za studenta, u ovoj knjizi sadržano je tako reći sve ono bitno što danas znamo o teoriji vjerojatnosti.

Na omotu trećeg izdanja te knjige napisao je Gian-Carlo Rota iz »Massachusetts Institute of Technology« ovo:

»Ova knjiga je jedan od velikih događaja u matematici u ovom stoljeću. Zajedno s Weberovom Algebrom i Artinovom geometrijskom algebrom ovo je najdivniji priručnik iz matematike u ovom stoljeću«.

A ja bih dodao:

Da Feller nije osim ove knjige ništa drugo napisao, već samim tim zaslužio je svjetsko priznanje i slavu.

Svojim radovima Feller je dao značajan i vrlo koristan i neizbrisiv doprinos znanosti. Međutim on je zaslužan i time što je velikim entuzijazmom svoje znanje prenosio i na svoje studente i kolege, imajući uvijek vremena da s njima o svim tim problemima diskutira. Njegovi studenti sjećaju se strpljivosti s kojom ih je uvodio u znanost i na duge satove u kojima je slušao njihova mišljenja o pojedinim problemima.

Istaknimo s tim u vezi da je Feller i kao čovjek bio uvijek na visini, pun osebnog šarma kojim je pridobivao za sebe svoju okolinu. Pri tom se istakao vedrinom i duhovitošću, spreman u svakoj prilici da odgovara na pitanja svojih subesjednika. Sam je bio, što se znanosti tiče, kao što smo to već istakli, vrlo samokritičan prema sebi, ali i kritičan na znanstvene propuste drugih.

Kao matematičar radio je do posljednjeg časa, pa se upravo radovi posljednjih godina smatraju naročito vrijednim i važnim. Spomenimo samo njegov već citirani rad »General analogues of the Law of the iterated logarithm«, koji je publiciran godine 1969, na koji je on sam bio vrlo ponosan. U tom radu ponovno se vratio na svoju omiljenu temu o iterativnom logaritmu, pa je u njoj i dao definitivni oblik te teme.

U posljednjem pismu koje sam od njega primio u kolovozu 1969. godine, on piše, ne vjerujući valjda da je neizlječivo bolestan, među ostalim i ovo:

»Sada sam dobro i mogu da radim s boljim uspjehom nego ikada«.

Za svoj znanstveni rad dobio je Feller kratko vrijeme prije svoje smrti visoko odlikovanje tzv. Nacionalnu medalju za znanost za godinu 1969, kojim ga je odlikovao predsjednik Sjedinjenih američkih država Nixon.

U obrazloženju tog odlikovanja veli se da je Vilim Feller odlikovan za to što je dao originalne i definitivne doprinose čistoj i primijenjenoj matematici, što je račun vjerojatnosti učinio pristupačnijim onima koji su ga koristili i što je obavio pionirski posao osnivanjem časopisa »Mathematical Reviews« namijenjenog istraživanju.

Na žalost, to odlikovanje više nije mogao lično primiti, već ga je primila njegova udovica gđa Clara Feller, na svečanosti koja je održana 16. veljače 1970. u Bijeloj kući, mjesec dana nakon njegove smrti.

Na samoj svečanosti predsjednik Nixon je, predavajući ovo najviše odlikovanje, rekao da Amerika mnogo duguje upravo onim znanstvenim radnicima koji su došli iz drugih zemalja. Nacionalna medalja za znanost ustanovljena je godine 1959. od američkog kongresa. Ona se daje ljudima za koje predsjednik i njegovi savjetnici zaključe da su dostojni da budu specijalno nagrađeni, iz razloga što su dali veoma istaknute (out standing) doprinose u fizikalnim, biološkim, matematskim ili tehničkim znanostima. Od 6 nagrađenih osoba, 4 su rođene u Evropi!

Iako je napustio svoju domovinu prije 45 godina, Vilim Feller nikada nije izgubio vezu sa Sveučilištem na kojem je počeo studirati, kao ni sa svojim kolegama i prijateljima iz vremena dok je još studirao u Zagrebu, s kojima se dopisivao na hrvatsko-srpskom jeziku. Bio je često u Zagrebu, gdje je držao zapažena predavanja iz svoje struke. On svoje hrvatsko porijeklo ne samo da nije tajio nego ga je i isticao. Na omotu njegove knjige piše da je počeo studirati matematiku na Sveučilištu u Zagrebu. Samim tim je istaknuto da je on dobio na Sveučilištu u Zagrebu ono osnovno znanje iz matematike na koje je mogao nadograditi daljnju matematičku izobrazbu, što ga je dovelo dotle da se smatra jednim od najprominentnijih matematičara i najistaknutijih probabilista.

U Vilimu Felleru gubi i naša zemlja svog velikog učenjaka. Ja lično gubim u njemu svog učitelja, jer su me upravo njegovi radovi i njegova knjiga, te lični prijateljski kontakti s njim inspirirali i uvodili u to jedinstveno područje matematike. I to je ujedno jedan od razloga da sam smatrao potrebnim da se s ovih nekoliko riječi oprostim od Vilima Fellera, zahvalan za sve ono što nam je dao.*

Vladimir Vranić

* Pri sastavljanju ovog nekrologa poslužio sam se podacima koje sam na svoju želju dobio od Vilima Fellera, kratko vrijeme prije njegove smrti. Osim toga, zahvalan sam njegovoj supruzi, Clari Feller koja mi je poslala gotovo sve njegove radove. Osim toga, ona mi je poslala njegove biografske podatke i karakteristiku njegova znanstvenog rada, koji su bili priloženi prijedlogu da se odlikuje medaljom za znanost. Gđa Clara Feller poslala mi je i nekrolog koji je u povodu njegove smrti pročitao na Fakultetu Sveučilišta u Princetonu.